

数 学 (その 1)

問題 1 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = x^3 - 4x^2 - x + 4$ のグラフを x 軸方向に 2, y 軸方向に -3 だけ平行移動して得られるグラフを表す関数は $y = x^3 - \boxed{\text{アイ}} x^2 + \boxed{\text{ウエ}} x - \boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) 三角形 ABC において $BC=7\sqrt{6}$, $\angle B=60^\circ$, $\angle C=75^\circ$ のとき, $AC = \boxed{\text{キク}}$ である。

(3) 次のデータの四分位偏差は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。

71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 79, 80, 93, 108, 125, 144, 165

(4) 2 直線 $(\sqrt{3}+1)x + (\sqrt{3}-1)y + 1 = 0$, $x - y + 2 = 0$ のなす角 α は $\boxed{\text{サシ}}$ $^\circ$ である。ただし, $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ とする。

(5) 3 次方程式 $x^3 + ax^2 + 5x + b = 0$ の 1 つの解が $2 + \sqrt{5}i$ であるとき, 実数 a の値は $\boxed{\text{スセ}}$, 実数 b の値は $\boxed{\text{ソ}}$ である。

(6) $\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}i\right)^{24} = \boxed{\text{タチツテ}}$ である。

(7) 自然数 n に対し, $S(n) = 1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 4 + \dots + n^2 \cdot (n+1)$ とおく。 $\frac{S(14)}{S(5)} = \boxed{\text{トナ}}$ である。

(8) 楕円 $\frac{x^2}{296} + \frac{y^2}{185} = 1$ 上の点 $(16, 5)$ における接線の方程式は, $y = \boxed{\text{ニヌ}}$ $x + \boxed{\text{ネノ}}$ である。

(9) 関数 $f(x)$ が $f(x) = 3x^2 + 5x + \int_{-1}^1 f(t)dt$ を満たすとき, $\int_{-1}^3 f(x)dx = \boxed{\text{ハヒ}}$ である。

(10) 点 X と三角形 ABC の 3 頂点 A, B, C とを結んだ直線が, 3 辺 BC, CA, AB またはその延長と, それぞれ, P, Q, R で交わっている。 $CQ : QA = 18 : 19$, $AR : RB = 17 : 6$ のとき, $BP : PC = \boxed{\text{フヘ}} : \boxed{\text{ホマ}}$ である。

数 学 (その 2)

問題 2 赤色のひもが 1 本, 青色のひもが 1 本, 白色のひもが 3 本, 全部で 5 本のひもがある。これらのひもの端を無作為に 2 つ選んで結び, まだ結ばれていない端からさらに無作為に 2 つ選んで結ぶ操作を行い, すべての端が結ばれるまで繰り返す。その結果, ひもの輪が 1 つ以上できる。次の問いに答えよ。

(1) 赤色と青色のひもが同一のひもの輪にある確率を求めよ。

(2) ひもの輪が 1 つだけできる確率を求めよ。

数 学 (その 3)

問題 3 中心を共有する 2 つの球 S_1, S_2 があり, それぞれの半径は 13, 8 である。球 S_1 の球面上または内部に点 A を, 球 S_2 の球面上または内部に点 B, C, D をとって四面体 $ABCD$ を作るとき, この四面体の体積 V の最大値を求めよ。